



TITLE:

二層熱対流系における混合過程 (熱対流の数理解析: 流れ場の構造)

AUTHOR(S):

柳澤, 孝寿; 栗田, 敬

CITATION:

柳澤, 孝寿 ...[et al]. 二層熱対流系における混合過程 (熱対流の数理解析: 流れ場の構造). 数理解析研究所講究録 1999, 1115: 181-194

ISSUE DATE:

1999-11

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/63405>

RIGHT:

二層熱対流系における混合過程

東大 理 柳澤 孝寿 (Takatoshi Yanagisawa)

東大 理 栗田 敬 (Kei Kurita)

1. 序

地球・惑星のマントルやコア,あるいはマグマ溜まり等では,上下に重なった熱対流層という構造とその進化に関わる現象が重要である.例として,マントルでは上部マントルと下部マントルとの関係,コアでは軽元素に富んだ層の役割,マグマ溜まりでは組成の分化や異なるマグマの流入,というような現象があげられる.二層あるいは多層の熱対流構造はある深さにおいて熱膨張を打ち消すだけの密度の大きな変化が存在するときに形成され,この密度変化の原因としては,層間での構成物質の違い,濃度の違いなどがある.

このような二層系の振る舞いにおいては,各層を構成する流体が互いに混じるか混じらないかということが重要である.混じる系の身近な例としては水とアルコールや濃度の異なる食塩水同士などがあげられ,混じらない系では水と油が代表的である.混じらない系,厳密には着目する時間スケールでは組成拡散の影響が無視できるほど小さい系での熱対流では,与えた温度差などの境界条件に対して統計的な意味での定常状態が実現可能であり,対流パターンに関する問題としては上下のパターン同士の関係がどうなるかということが興味深い.後で述べる熱的結合か力学的結合かということについて,上部マントル・下部マントルのパターンの関係という観点からも研究がなされている (Busse, 1981; Rasenat et al. 1989; Ellsworth and Schubert, 1988 等).一方,混じる系では境界面を通しての組成の拡散があるため二層構造は維持し続けられず,最終的には一層の対流に崩壊してしまう.つまり定常状態の構造は存在しない.これは二重拡散対流と呼ばれるものの一種である (二重拡散対流については, Brandt and Fernando, (ed.), 1995; 吉田・長島, 1990). 海洋物理における重要性から食塩水の二層系では,熱と組成の輸送量や対流パターンについて多くの実験的研究がなされている.本研究で取り上げるのは温度と組成の密度への寄与の仕方からいわゆる拡散型(diffusive type)に分類されるも

のである。この場合の熱・物質輸送量の測定とそのモデル化を行った研究として、Linden and Shirtcliffe, 1978; Fernando, 1989 等があげられるが、いずれも粘性の低い系を対象としている。

本研究では上下温度差を固定した混じる液体の二層系で実験を行い対流パターンの結合状態と組成の時間的な変化を調べた。温度差を与え続けるので熱的な不安定による流れは常に生じており、その状況で二層の濃度がどのように一様化されるかということに着目する。ここで扱うのは地球・惑星の内部ダイナミクスへ適用するための比較的高粘性つまり高プラントル数での現象である。実験系の特徴としては側壁に影響されない対流パターンを観察するため、容器の横幅を十分大きくとっている。得られた実験結果をもとにして、一層の場合に観察される基本的な熱対流構造が濃度拡散の効果があることによってどのように変形されるのかという点から考察してみる。

同様な高粘性の系を扱った研究としては、Olson, 1984やDavaile, 1999がある。Olsonは下から一定熱量を与えた二層系での混合量を測定し、その結果をリチャードソン数(Ri)を用いて整理した。Davaileは主に粘性差が大きい場合について上下温度を固定した二層熱対流の混合過程を調べ、層流状態でのエントレインメントをモデル化した。温度変動や混合量については本研究でも共通する結果が得られている。ただしこれらの実験では用いた容器の横幅はあまり大きくないため、対流パターンの結合については十分に調べられていない。

2. 実験方法

実験に用いた容器は側面がアクリル製で上下の加熱冷却面は金属製であり、サイズは横500mm・奥行き30mm、高さは調節可能となっている。容器のアスペクト比が大きいため、対流セルの自然な波長が実現される。外部からの循環水により上面と下面の温度をそれぞれ一定に保つ。対流させる流体にはグリセリン水溶液を用い、その濃度の差によって二層の成層構造を作る。グリセリンの密度は20℃において1.264g/cm³であり、水を多く混ぜるほど密度は低下する。グリセリンは水の数百倍の粘性率をもち水を混ぜることで粘性は低下するため、低密度である上の層ほど低粘性ということになる。一方で粘性率は温度が下がるほど大きくなるため、以下の実験では上の層では低濃度で低温、下の層では高濃度で高温というように、粘性に関する濃度と温度の効果が打ち消しあって実質的には上下層の粘性率コントラストは小さいものとなっている。

この実験で観察される現象を支配する物性値の概数は次のようなものである。水溶液の熱膨張率 $\sim 10^{-4}/\text{K}$ 、熱拡散率 $\sim 10^{-7}\text{m}^2/\text{s}$ 、濃度拡散率 $\sim 10^{-9}\text{m}^2/\text{s}$ 、動粘性率 $\sim 10^{-6}\text{--}10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$ 、よってレイヌ数(Le)は 10^2 程度、プラントル数(Pr)は $10\text{--}10^2$ 程度である。つまり温度の拡散は濃度の拡散より十分速く、運動量の拡散は温度の拡散より速い系ということになる。

まず一様な温度の条件で、上下層がなるべく混じらないように静かに初期の二層構造を作り、実験の開始とともに上下面に 25K の温度差を与える。実験開始時には上下層の液体の濃度差による密度差は熱膨張による密度低下より十分に大きいので、界面を越えての上昇・下降運動は妨げられ、各層で完全に分離した対流セルが形成される。時間の経過とともに、界面を通しての物質交換により、徐々に濃度差が小さくなっていく。そしてある段階から全層の熱対流に遷移し、最終的に系は一様な濃度を持った対流構造に落ち着く。

このように進化していく系で、温度・流速・濃度・界面の形状などの時間的変動を次のようにして計測した。ビデオカメラにより流れの様子を撮影し、液体中での濃度と温度の差によって生じる屈折率の違いによりパターンを観察した。上下の対流パターンの関係と界面の形状が重要な着目点である。またサーミスタを液体中に複数点設置し $1\sim 4$ 秒の時間間隔で温度の計測を行った。上下層の混合量については、成層構造をつくる際に片方の層に用いる液体を染料で着色しておきその色の変化で見るとともに、実験の各段階でそれぞれの層から数滴分の液体を採取し屈折率計により 20°C のもとでの屈折率を測定することで濃度を求めた。

3. 実験結果

上下層の対流パターンの関係としては図1の2つが典型的でありそれぞれ熱的結合(thermal coupling)、力学的結合あるいは粘性結合(mechanical coupling or viscous coupling)と呼ばれている。実験結果をまずはこの結合状態を中心にして紹介し、その後で濃度や温度の測定結果について述べる。上下の層厚の比や粘性の比はこのような系にとって重要なパラメータであるが、ここでは各層の厚さがそれぞれ 30mm で上下層の粘性差があまりない場合をとりあげる。系の挙動は大まかには用いる液体が高密度すなわち高粘性流体からなる二層のときと、低密度すなわち低粘性流体からなる二層のときとに分けられる。

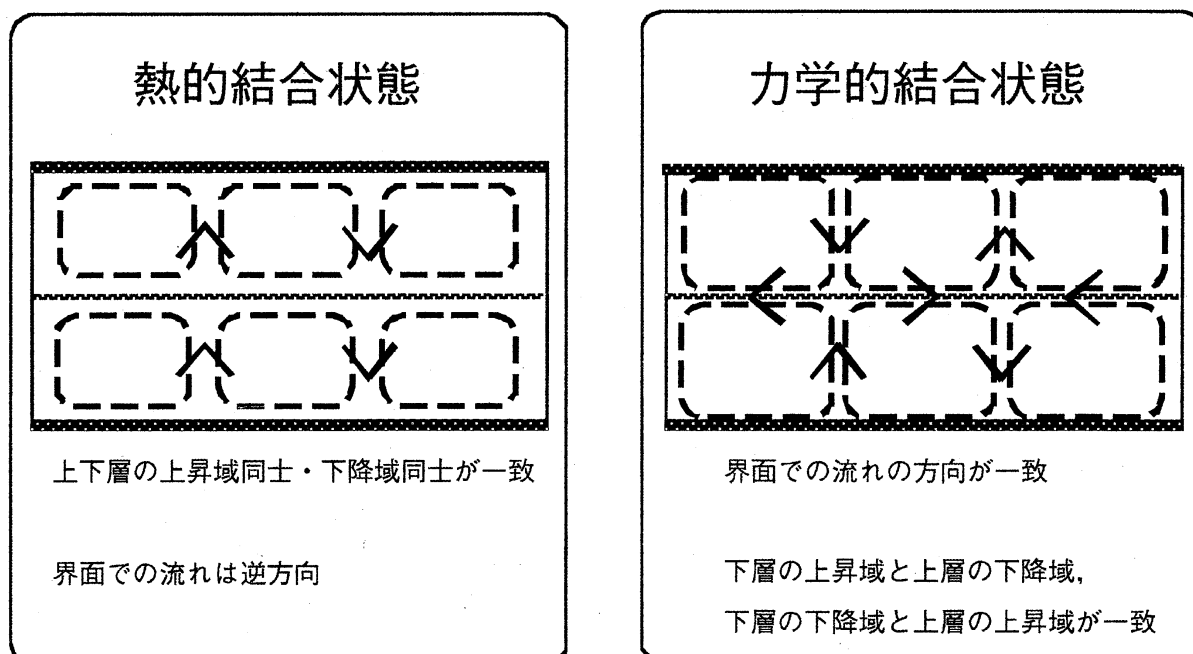


図1 二層の対流パターンの対応関係

3-1. 対流パターン

実験で観察された重要な点是对流パターンの結合様式が系の進化とともに変化していくことであり、典型的には以下のような3つのステージを経過して最終的に一層の対流に至る。二層の崩壊直前での界面における挙動(3)については、粘性により顕著な差が見られたので、高粘性(a: $Pr \sim 100$)と低粘性(b: $Pr \sim 10$)の場合に分けて述べる。両実験とも初期状態においては二層の濃度差による密度増加量は熱膨張による密度低下量の10倍程度で、最終的に混合した一層状態でのレーリー数(Ra)はそれぞれ 10^6 と 10^7 である。

(1) 上下面の加熱冷却を開始すると各層内で対流運動が生じる。上下の対流層は相互作用をしながら、それぞれの上昇流同士・下降流同士が同じ位置にくる熱的結合の状態になる(図2)。各層の対流パターンは層流的で、上昇から下降までの水平間隔はおおのこの層厚と比較して大きい。つまり横長の対流セルが形成されている。上下の対流セルは結合状態を保ったまま水平方向に移動する。その移動速度は対流流速と比較して小さい。二層の界面に形成される境界層は比較的厚い。そのため界面での水平流間の相互作用は小さい。つまり上下の層で流れは逆方向であるが垂直速度勾配はあまり大きくない。このような結合状態は長時間継続し、境界面を通しての拡散により濃度差は徐々に小さくなる。初期の水溶液の濃度差つまり密度

差が大きいとこのステージにいる時間が長くなるが、密度差が初期値とは無関係なある値より小さくなると次のステージに移行する。



図2 熱的結合の状態 2秒間隔の画像の差分より

(2) 上下層の熱的結合の状態が解けて、界面での流れの方向が同じである力学的結合の状態が見られるようになる(図3)。ただし(1)では界面のほぼ全域で熱的結合が成り立っていたのに対して、このステージでの力学的結合は部分的であり、時間的な変動が大きい。対流セルは縦長になってくる。二層界面の境界層は薄くなっていて、力学的結合状態にある部分では上下層の水平流速はほぼ同程度である。そのため垂直速度勾配は非常に小さいと考えられる。また対流パターンは変動が大きく乱流的になり、対流流速そのものも大きくなる。濃度の時間変化量は大きくなる。

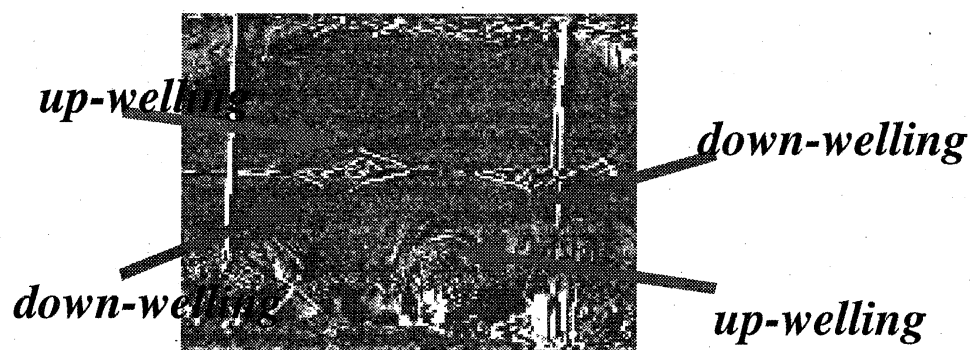


図3 力学的結合の状態 同じく画像の差分より

(3) 前2つのステージと比べて短時間であるが、再び上下層の熱的結合状態となり、界面には層厚の1割程度の振幅をもつ凹凸ができる。混合が活発に起き、濃度差は急速に小さくなる。さらに、

(3-a) 高粘性の場合：界面の凹凸は固定された場所で振動せずにゆっくりと大きくなり、そのまま上下の境界まで達する。凹凸の成長する速さは対流の垂直流速よりは遅い。

(3-b) 低粘性の場合：復元力が働いて界面は振動し、伝搬する波動現象が観察される。上下動の速さは対流の垂直流速と同程度である。

(4) どちらの場合もこの後に短時間で全層の熱対流に遷移して、二層の崩壊後まで残されていた小規模な濃度の不均質は、活発な対流により一様化される。

3-2. 濃度変化

次に混合を反映する量である各層での濃度の測定値を紹介する。ここでも高粘性(a: $Pr \sim 100$)と低粘性(b: $Pr \sim 10$)の場合に分けて述べる。図4と図5は各層での密度の時間変化を示したものである。採取した液の温度を 20°C にしてその屈折率を測定しているので、濃度の時間変化を求めていることになる。どの実験でも各層内での濃度のばらつきは層間の濃度差に比べると小さかったので、二層界面の境界層付近を除いた各層内においては対流運動で混合されて、ほぼ一様の濃度になっていると考えられる。2つの実験では、与えた温度差は 25K 、各層の厚さは 30mm で同じであり、また上下層の初期の密度差はともに $0.025\text{g}/\text{cm}^3$ 程度であるが、図4の方が密度の絶対値が大きいため高粘性の実験となっている。横軸は温度差を与えてからの経過時間を示し、2つの図で同じにしてある。高粘性の場合の方が一層化までに長時間かかっている。これは与えた温度差が同じであるため、高粘性のものほど対流流速が小さいためである。またグラフ上には上下対流パターンの結合状態も表示してある。どちらの場合も前に述べたように、熱的結合状態では濃度の時間変化は小さいが、力学的結合状態ではそれは大きくなり、急激に全層の混合へと向かう。

これらのグラフから読みとれることとして、上下層の濃度は最終的に混合したときの値に向かって両側から同じように変化している点も重要である。一方これらの場合、ビデオ画像から全過程を通しての境界面の位置はほとんど不変あるいはわずかに上昇であった。混合の様式としては、片方の層厚が成長していく、つまりもう片方を取り込んで境界面がどんどん上昇あるいは下降していくという形態もあり得る。そのような場合は取り込む層の濃度は大きく変化するのに対して、取り込まれる層の濃度はあまり変化しない。上下2つの層が対等な関係である場合は界面の位置が変化しないと考えられる。この実験では最初の層厚が同じであり上下の粘性差も小さいので、界面の温度は与えた温度の中間値になっていて、層ごとに分けて考えた場合の両層における熱対流のレーリー数はほぼ等しくなっている。対流流速も上下でほぼ同じである。このため対等の関係にあり、界面の位置はあまり変わらないものと考えられる。Davaille, 1999の実験では粘性比が大きく、その場合は下にある高粘性の層が上の低粘性の層を取り込んでいき界面が容器上端まで上昇して一

層化するという報告をしている。2つの層が粘性や層厚に関して対等でない場合、どちらがどちらを取り込んで成長するのかということについては粘性と流速の大小が関係すると考えられるが、現時点では実験のパラメータ領域が限られているため十分には明らかになっていない。

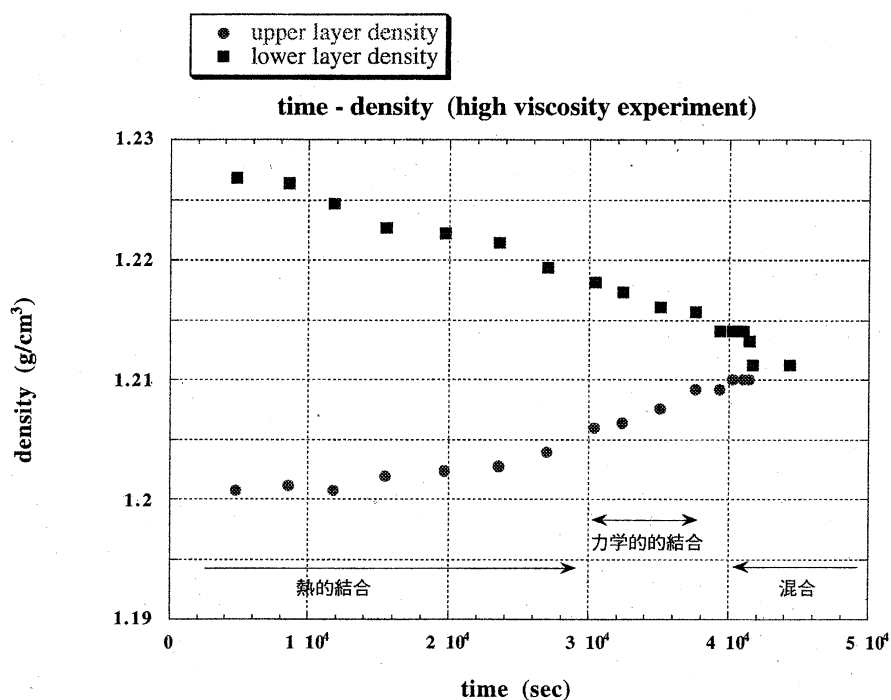


図4 高粘性($Pr \sim 100$)での密度の時間変化

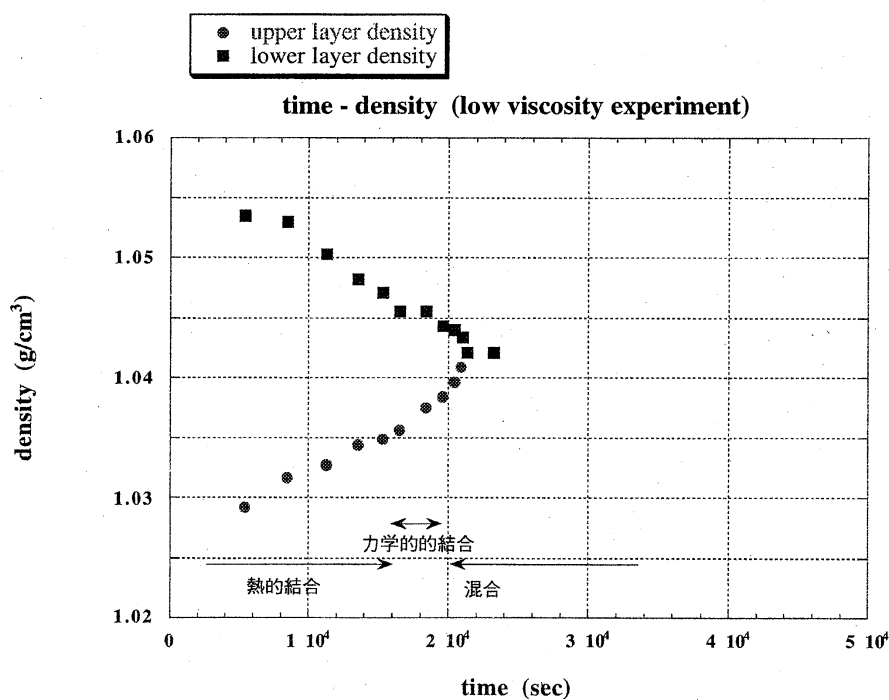


図5 低粘性($Pr \sim 10$)での密度の時間変化

3-3. 温度変動

サーミスタによる温度測定について述べる．図4に示した高粘性の実験での温度変化が図6で，図5の低粘性のものが図7である．熱的結合状態から変化していき一層対流になるまでを表示してあり，時間軸は両者で異なる．低粘性のほうが対流流速が大きいので，温度変動の周期は短い．サーミスタは，下の層内，界面付近，上の層内，と垂直方向に3つ並べてある．変動の振幅は境界付近で最も大きい．図6で界面付近としてあるサーミスタは実際には界面上側に位置していたため，上の層内としてあるサーミスタに近い温度が得られている．図7では界面が徐々に上昇したため界面付近としてあるサーミスタは時間の経過とともに下の層内に位置することになった．二層構造を保っているうちは界面をはさんで大きな温度差が存在する．一層構造に移るといづれのサーミスタも対流のコア領域に位置することになるため同じような温度を示す．同時に中間境界層の消滅により，実質的にはレイリー数が一桁程度増加することになるため，温度変動の周期は短く流速は大きく，そして変動の振幅は小さくなる．

図6の高粘性の場合は対流セル構造が明瞭に存在していて，この図からも結合状態の変化が読みとれる．顕著に見られる周期20分程度の変動は対流パターンが水平方向に移動していくことに対応しており，熱的結合状態では上の層内と下の層内で同位相の変動をしていることが見てとれる．これが力学的結合状態では逆位相になっている．このような長周期変動に加えて数十秒程度の短周期の変動が見られるが，これは境界層から発生したプルームの通過という現象に対応している．このグラフでは解像されていないが，その周期は同一ステージ内においても時間経過とともに徐々に短くなっていく．これは対流流速が徐々に増加していくことに対応し，流速の直接測定の結果とも一致している．二層状態にある期間内での流速の増加は5割程度であった．

図7の低粘性の場合は流れがある程度乱れたものであるため，図6ほど明瞭な関係は見られない．このグラフでは明確でないが，混合の最終段階では界面付近において重力波に対応した温度変動が観察される．上の層内としたサーミスタで最終段階において振幅の大きな変動があるが，これは界面の波打ちが大きくなるためにサーミスタの位置が上の層になったり下の層になったりということを繰り返すためである．全期間を通して流速が徐々に増加し，温度変動が短周期になっていく点は高粘性の場合と同様である．

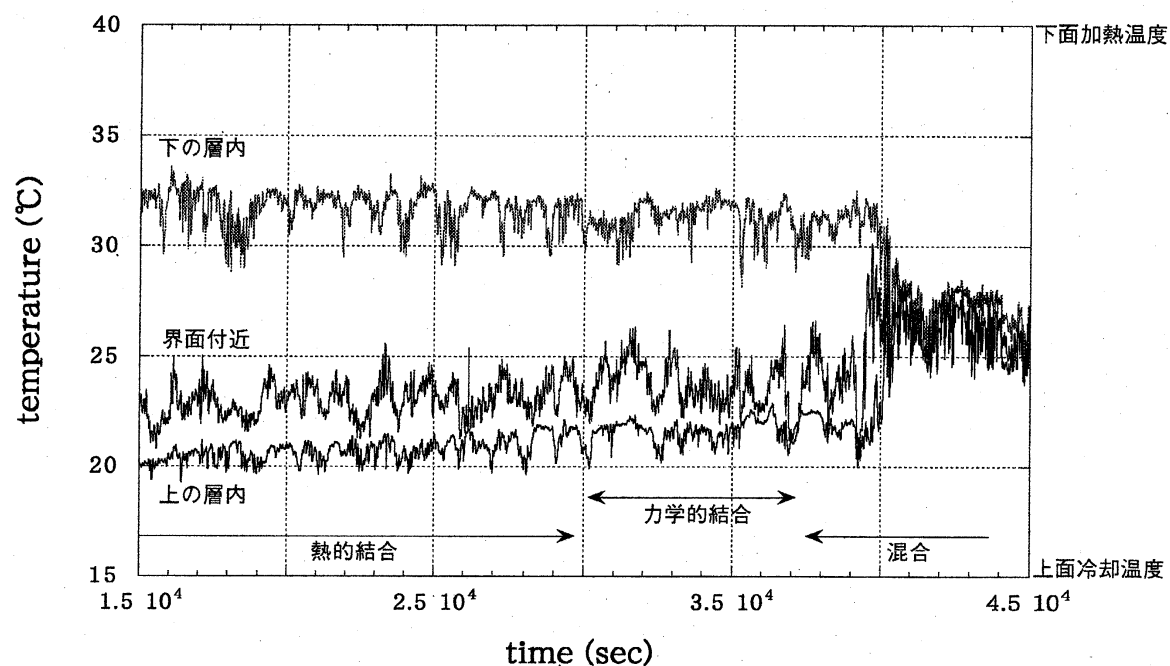


図6 高粘性($Pr \sim 100$)での温度の時間変化

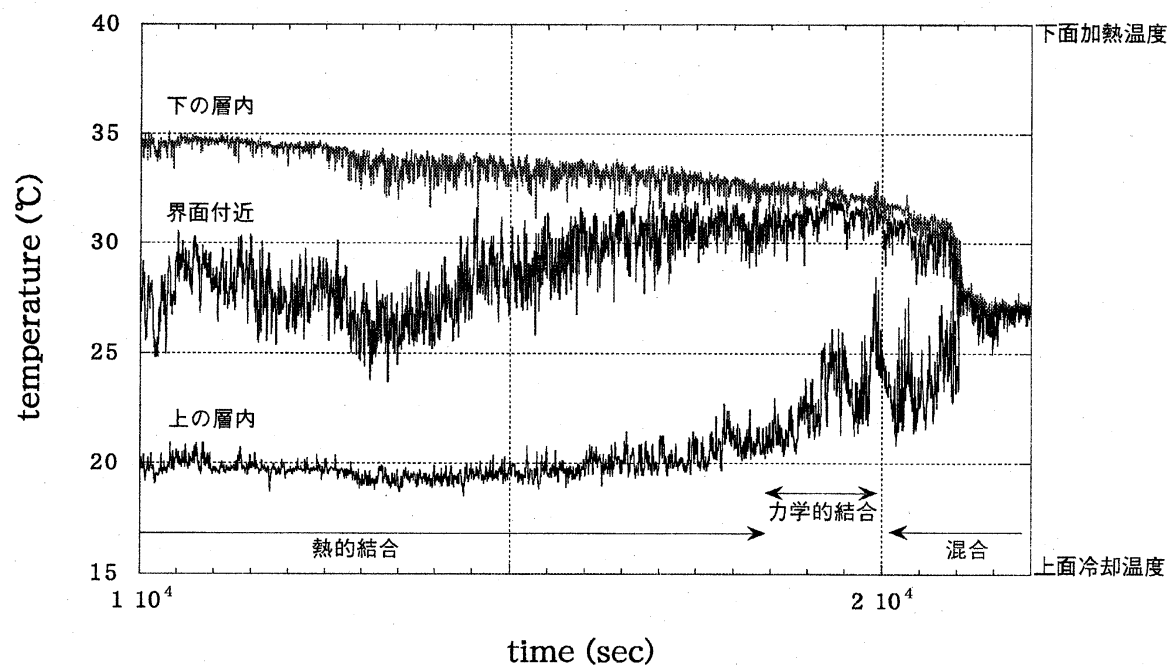


図7 低粘性($Pr \sim 10$)での温度の時間変化

3-4. 結果のまとめ

時間の経過とともに二層熱対流系がどのように進化していくかということを図8にまとめた。

最終段階での層構造崩壊は劇的であるが、それ以前の段階でも確実に混合が進行していて、対流構造は徐々に変化している。すでに述べたように二層構造が維持されている段階において個々の層を見ると、温度変動周期が短くなる、対流流速が大きくなる、対流パターンが短波長的になる、という変化がある。基本的な一層の熱対流との対応で言うと、これらの変化はいずれもレーリー数が上昇していくときに観察されるものである。このことから各層での対流を支配する層ごとの実質的なレーリー数が時間とともに徐々に高い方へと変化していると考えることができる。


時間の進行				
上下層の濃度差	大	→	小	なし
層構造	二層	二層	混合	一層
結合形態	熱的	力学的	熱的	なし
対流パターン	長波長セル	短波長化	短波長	乱流
中間境界層	厚い	薄くなる	薄い	消失
境界の位置	不変または徐々に上昇		凹凸大	消失
濃度変化量	小さい	大きい	急激に一様化	
温度変動周期	長い	短くなる	短い	更に短い
対流流速	ゆっくり	速くなる	速い	更に速い

図8 二層から一層への遷移過程での特徴

4. 考察

これらの実験結果を総合して、二層熱対流系のダイナミクスに関して以下のようなことが考えられる。

上に述べたように、各層の熱対流に分離してみると混合に向かって実質的なレーリー数が大きくなっていく。系に与えている温度差は不変であるのに対流パターン

から期待されるレーリー数が増加する理由は次のように考えられる。二層の界面では温度の境界層とともに組成の境界層も形成されている。下の層の水平流はこの界面で上から冷やされるが、同時に起こる上からの低濃度水溶液の拡散は冷却による密度増加を打ち消す方向に働く。上の層にとっても同様のことが生じる。このことは界面から上昇下降するプルームに働く浮力（駆動力）が純粋な熱対流の場合と比較して減少することを意味する。いわば組成の拡散効果により流れにブレーキがかけられているような状態である。実験の初期ほど両層の濃度差が大きいのでこの効果が大きく寄与し、温度で定義されるレーリー数に比べると小さなレーリー数で支配される流れになっていると考えられる。

さらに結合状態の変化について考えてみる。初期には濃度拡散による駆動力減少の効果が大きいので、それに打ち勝つ浮力を温度でかせぐために二層の界面には厚い境界層が形成される。流速は小さく境界層厚は大きいので垂直速度勾配は大きくならない。このため上下の流れの方向が逆の状態が成立できる。つまり対流パターンの決定には水平温度差が主要因となり熱的結合の状態が実現される。混合の進行にともなう濃度差の減少とともに、界面の境界層は薄いもので浮力を得られるようになる。すると上下の流れが直接に関係するようになるため、熱的結合のパターンは速度シアアが大きく不安定となり力学的結合状態のほうをとりやすくなる。以上のことを上下層に分離した対流における境界条件として見てみると、界面での速度については、熱的結合の場合は固定端、力学的結合の場合は自由端の境界条件に近いものとなっている。この点も対流流速の増加に寄与すると考えられる。

さて、このような性質をもつ中間境界層が存在する場合、熱や物質のフラックスの水平分布はどのようなものであるだろうか。境界層の構造を拡大して考えてみる。界面では各層での対流による水平流の下流方向に熱と物質の境界層が成長していく。この実験ではプラントル数が大きいので、熱・物質境界層内では垂直流はないと考えてよい。熱的結合の場合は界面の上下で流れの方向が逆なので、上層下部にできる境界層と下層上部にできる境界層の厚さを合わせた界面での実質的な境界層の厚さは、水平方向にあまり変化しないと考えられる。つまり熱と物質にとってはこの中間境界層はフラックスが一様な境界条件に近いものになる。これに対して力学的結合の場合は、流れの方向が同じなので、界面にできる実質的な熱・物質境界層は両層の水平流の上流側で薄くなり、下流側では厚くなる。よって上流側では熱・物質ともに大きなフラックスを持ち、下流側では小さいと予想される。

以上のような、各層の流れの駆動力と実質的なレーリー数、境界層の厚さとパターンの結合状態、境界条件としてとらえた場合の界面での速度・温度・濃度の分布、

をまとめて図9のような二層対流のモデルが提示できる。フラックスの水平分布については構造が微細であるため現時点では実験的な測定は困難である。しかしこれは界面の全領域についての積分量である濃度の時間変化量に直接関係し、系の進化の時間スケールを支配する重要な要因であると考えられる。

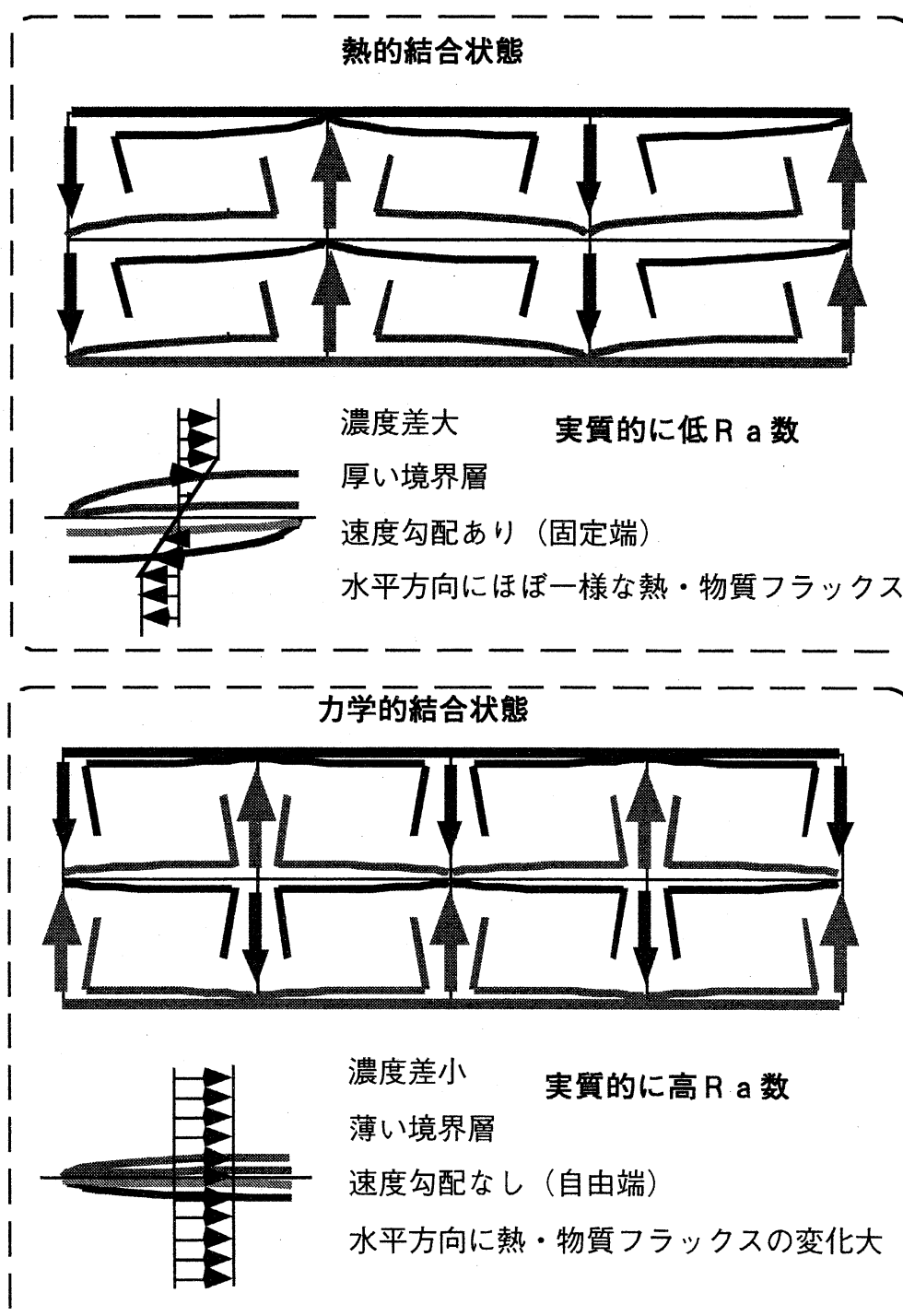


図9 それぞれの結合状態における二層対流のモデル

さて、対流がなく全層で拡散のみが働く系の場合には一様化するまでに要する時間は比較にならないほど長いものである。温度差を与えた二層系では、熱対流による薄い温度境界層の形成にともなって二層の界面で大きな濃度勾配をもつ構造が維持されるため、拡散量が極端に大きく保たれる。さらにその拡散物質を各層の対流によって上下に輸送することで混合が促進され、対流のないときと比較して一様化するまでの時間が圧倒的に短縮されることになる。上で考察したような温度・濃度・流れの相互関係から、実際に測定される混合量と合致するような定量的なモデルを構築することが次の課題である。

5. まとめ

比較的高プラントル数の領域において、層厚と粘性にあまり差がなく互いに混じることのできる二層熱対流系の時間発展を実験的に調べた。上下の対流パターンは密度差の大きい初期には熱的結合の状態にあるが、密度差が小さくなるにつれて力学的結合の状態へと変化し、最終的な一層対流の状態へと至る。パターン変化と同時に混合量・流速・温度変動周波数の増加も起こる。

一層対流との比較で述べるとこの場合、単純な上下の壁での固定・等温の境界条件とは違い、二層の界面では水平流速と垂直流速はゼロではなく、また温度も等温ではない。このため界面に形成される温度境界層の性質は、上下壁面のものとは異なる。さらに濃度の拡散による物質境界層も形成されるので、これらの効果によって界面から上昇あるいは下降するプルームに働く浮力の大きさは変化する。このような境界層の性質は、混合の進行による二層の濃度差の減少とともに徐々に変化していく。その影響は各層の対流を支配する実質的なレーリー数が増加していく方向に働き、上下の対流パターンの結合状態もこれによって複雑な変化を示すものと考えられる。

本論文では二層状態におけるパターンの結合形態の変化を中心に紹介した。しかし一層化への最終段階も重要な課題である。特に低粘性での二層崩壊の直前には、対流場と界面の重力波が共存することおよびその両者の関係が時間とともに変化することが観察されるが、これは非常に興味深い現象である（さらに低粘性の場合については Stamp et al., 1998 を参照）。

6. 文献

- Brandt, A., and H. J. S. Fernando, (ed.), *Double-diffusive convection*,
Geophysical Monograph 94, 334pp, American Geophysical Union, 1995.
- Busse, F. H., On the aspect ratios of two-layer mantle convection, *Phys.*
Earth planet. Int., 24, 320-324, 1981.
- Davaille, A., Two-layer thermal convection in miscible viscous fluids, *J. Fluid*
Mech., 379, 223-253, 1999.
- Ellsworth, K., and G. Schubert, Numerical models of thermally and
mechanically coupled two-layer convection of highly viscous fluids,
Geophysical Journal, 93, 347-363, 1988.
- Fernando, H. J. S., Buoyancy transfer across a diffusive interface, *J. Fluid*
Mech., 209, 1-34, 1989.
- Linden, P. F., and T. G. L. Shirtcliffe, The diffusive interface in double-
diffusive convection, *J. Fluid Mech.*, 87, 417-432, 1978.
- Olson, P., An experimental approach to thermal convection in a two-layered
mantle, *J. Geophys. Res.*, 89, 11293-11301, 1984.
- Rasenat, S., F. H. Busse, and I. Rehberg, A theoretical and experimental
study of double-layer convection, *J. Fluid Mech.*, 199, 519-540, 1989.
- Stamp, A. P., G. O. Hughes, R. I. Nokes, and R. W. Griffiths, The coupling of
waves and convection, *J. Fluid Mech.*, 372, 231-271, 1998.
- 吉田次郎・長島秀樹, 海洋中の二重拡散対流, *ながれ*, 9, 93-114, 1990.